

MATEMÁTICAS 3º ESO APLICADAS

Profesor Javier Gallardo

Tareas para realizar en casa: Del 16 al 27 de marzo

TEMA 6. LENGUAJE ALGEBRAICO

APARTADO DEL LIBRO	VÍDEOS DE YOUTUBE	EJERCICIOS
Repaso Identidades (pág. 79)	https://www.youtube.com/watch?v=goHUDRbeejM	pág. 79. Ejercicios:1 Pág. 83 Ejercicios 12 y 13
Repaso división polinomios (fotocopia dada en clase y que se adjunta en hoja)	https://www.youtube.com/watch?v=inuImtZHQjo	pág. 91 de fotocopia: ejercicio 1 (los tres apartados por división normal de polinomios)
Regla de Ruffini (fotocopia y explicación video)	https://www.youtube.com/watch?v=zZ3uG7VX_o8 https://www.youtube.com/watch?v=kL85aI70rD8	1) Copiar comprendiendo en libreta un ejemplo de los que se explica en cada uno de los vídeos. 2) pág. 91 de fotocopia: Ejercicio 1C
Ejercicios de Ruffini para practicar	Ejercicio 1: $(3x^3+13x^2-13x+2) : (x-1)$ Solución: Cociente= $3x^2+16x+3$; Resto=5 Ejercicio 2: $(3x^5-4x^4-6x^2-7x) : (x+2)$ Solución: Cociente= $3x^4-10x^3+20x^2-46x+85$ Resto= -170	

Una vez realizada la tarea, enviad, por favor, un correo con actividades realizadas (fotografía de la libreta), para su corrección y evaluación (**en dicho correo debe aparecer el nombre, apellidos y curso del alumno**) Para cualquier consulta no dudéis en escribir.

javier.gallardo.profesor@gmail.com

¡Mucho ánimo!

5 Cociente de polinomios

Descripción del proceso

1. En el dividendo se dejan huecos por los términos que faltan.
2. Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor:
 $(7x^4) : x = 7x^3$. Este es el primer término del cociente.
3. El producto de $7x^3$ por $Q(x)$, cambiado de signo, se sitúa bajo del dividendo, y se suma.
4. El primer resto es $10x^3 - 94x + 7$.

A partir de aquí, volvemos a proceder como en los pasos 2 y 3.

El proceso se continúa mientras el resto parcial obtenido sea de grado mayor o igual que el grado de $Q(x)$.

División de polinomios

La división de polinomios es similar a la división entera de números naturales: al dividir dos polinomios, se obtiene un cociente y un resto.

Por ejemplo, dividamos $P(x) = 7x^4 - 11x^3 - 94x + 7$ entre $Q(x) = x - 3$:

$$\begin{array}{r}
 7x^4 - 11x^3 \quad - 94x + 7 \quad | \quad x - 3 \\
 \underline{- 7x^4 + 21x^3} \\
 10x^3 \\
 \underline{- 10x^3 + 30x^2} \\
 30x^2 \\
 \underline{- 30x^2 + 90x} \\
 - 4x + 7 \\
 \underline{+ 4x - 12} \\
 - 5
 \end{array}$$

Diagrama de la división:

- $(7x^4) : x = 7x^3$
- $(10x^3) : x = 10x^2$
- $(30x^2) : x = 30x$
- $(-4x) : x = -4$

- El cociente es $C(x) = 7x^3 + 10x^2 + 30x - 4$. Su grado es la diferencia entre los grados de $P(x)$ y $Q(x)$.
- El resto es $R(x) = -5$. Su grado es inferior al del divisor.

La relación entre $P(x)$, $Q(x)$, $C(x)$ y $R(x)$ es la misma que en la división entera:

$$P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x)$$

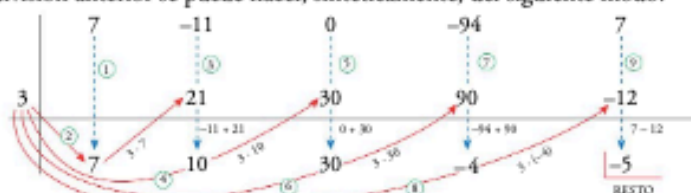
Cuando $R(x) = 0$, la división es exacta y se cumple que $P(x) = Q(x) \cdot C(x)$. Entonces decimos que $P(x)$ **es divisible** por $Q(x)$.

Regla de Ruffini

La división anterior se puede hacer, sintéticamente, del siguiente modo:

	7	-11	0	-94	7
3		21	30	90	-12
	7	10	30	-4	-5

COEFICIENTES DEL COCIENTE RESTO



COCIENTE: 7 10 30 -4 → significa: $7x^3 + 10x^2 + 30x - 4$

RESTO: -5

Los pasos numerados en verde son los que se dan en la división de arriba.

Este método en el que solo intervienen los coeficientes y solo se realizan las operaciones que realmente importan, se llama *regla de Ruffini*.

La **regla de Ruffini** sirve para dividir un polinomio por $x - a$. Las operaciones (sumas y multiplicaciones por a) se realizan una a una. Se obtienen, así, los coeficientes del cociente y el resto de la división.

Factorización

Una de las principales aplicaciones de la división de polinomios es la descomposición de un polinomio en producto de factores, lo que se conoce por **factorización del polinomio**. En este proceso resulta muy útil la regla de Ruffini.

Ejercicios resueltos

1. Dividir el polinomio:

$$P(x) = 6x^4 + 8x^2 + 7x + 40$$

entre $Q(x) = 2x^2 - 4x + 5$.

NOTA: En esta división no es posible aplicar la regla de Ruffini, ya que el divisor no es del tipo $x - a$, sino un polinomio de grado 2.

$$\begin{array}{r}
 6x^4 \quad + \quad 8x^2 \quad + \quad 7x \quad + \quad 40 \quad | \quad 2x^2 - 4x + 5 \\
 - 6x^4 + 12x^3 - 15x^2 \\
 \hline
 12x^3 - 7x^2 \\
 - 12x^3 + 24x^2 - 30x \\
 \hline
 17x^2 - 23x \\
 - 17x^2 + 34x - 85/2 \\
 \hline
 11x - 5/2
 \end{array}$$

$(6x^4) : (2x^2) = 3x^2$
 $(12x^3) : (2x^2) = 6x$
 $(17x^2) : (2x^2) = 17/2$

El cociente es $C(x) = 3x^2 + 6x + \frac{17}{2}$, y el resto, $R(x) = 11x - \frac{5}{2}$.

2. Dividir el polinomio:

$$P(x) = x^3 - 13x + 12$$

entre $Q(x) = x - 1$.

¿Es $P(x)$ divisible por $Q(x)$?

Colocamos los coeficientes en fila, teniendo en cuenta que falta el término en x^2 , por lo que añadimos un 0 en el lugar correspondiente.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 0 & -13 & 12 \\
 1 & & 1 & 1 & -12 \\
 \hline
 & 1 & 1 & -12 & 0
 \end{array}$$

COCIENTE: 1 1 -12, que corresponde a: $x^2 + x - 12$ RESTO: 0

Por tanto, $P(x) = (x - 1)(x^2 + x - 12)$.

Como el resto es 0, podemos decir que el polinomio $P(x)$ es divisible por $Q(x)$.

3. Transformar, con ayuda de la regla de Ruffini, el siguiente polinomio en producto de factores:

$$P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$$

Hazlo tú. Utiliza la regla de Ruffini para transformar el siguiente polinomio en producto de factores (en primer lugar, extrae la x como factor común):

$$P(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x$$

Regla importante. Si los coeficientes de un polinomio son números enteros, las raíces de dicho polinomio son divisores (positivos o negativos) de su término independiente, el que no lleva x . (Esta regla se justificará en el curso próximo).

En este polinomio, $x^3 - 4x^2 + x + 6$, el término independiente es 6. Sus divisores son 1, -1, 2, -2, 3, -3, 6 y -6. Empezamos probando por los más sencillos:

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\
 & & 1 & -3 & -2 \\
 \hline
 & 1 & -3 & -2 & 4
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} 1 \text{ no es} \\ \text{raíz.} \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\
 & & -1 & 5 & -6 \\
 \hline
 & 1 & -5 & 6 & 0
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} -1 \text{ sí} \\ \text{es raíz.} \end{array}$$

Por tanto, la división es exacta y se cumple que $P(x) = (x + 1)(x^2 - 5x + 6)$.

Ahora buscamos los divisores de $x^2 - 5x + 6$. Probamos con -1 y vemos que ya no es raíz. Probamos luego con 2 y vemos que sí es raíz.

$$\begin{array}{r|rrr}
 2 & 1 & -5 & 6 \\
 & & 2 & -6 \\
 \hline
 & 1 & -3 & 0
 \end{array}$$

Entonces, $(x^2 - 5x + 6) = (x - 2)(x - 3)$

Por tanto, $P(x) = (x + 1)(x^2 - 5x + 6) = (x + 1)(x - 2)(x - 3)$. Esta es la descomposición factorial del polinomio inicial.

Piensa y practica

1. Halla el cociente y el resto de estas divisiones:

a) $(x^5 - 7x^4 + 3x^2 - 8) : (x^2 - 3x + 1)$

b) $(6x^4 + 3x^3 - 2x) : (3x^2 + 2)$

c) $(5x^4 + 6x^2 - 11x + 13) : (x - 2)$ por Ruffini

2. Transforma los siguientes polinomios en producto de factores:

a) $P(x) = x^3 - 7x - 6$

b) $P(x) = x^4 + 3x^2 - 4x$

c) $P(x) = x^3 - 3x + 2$

d) $P(x) = x^4 - x^2$